



ce
pre
UNI

Trigonometría

✓ LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

**CICLO
PRE 2024 - I**



INTRODUCCIÓN

Elementos notables de un triángulo

Los elementos notables de un triángulo son aquellos puntos, rectas o radios de círculos definidos en relación con ese triángulo y que tienen propiedades geométricas notables.

Ceviana es un segmento de recta que une el vértice de un triángulo con el lado opuesto a éste. También se la conoce como **transversal angular**.

Se puede decir que la **mediana**, la **altura**, la **bisectriz interior y exterior** son cevianas o segmentos notables de un triángulo.

Además, el **inradio**, el **circunradio** y los **exradios** son también radios notables de un triángulo.

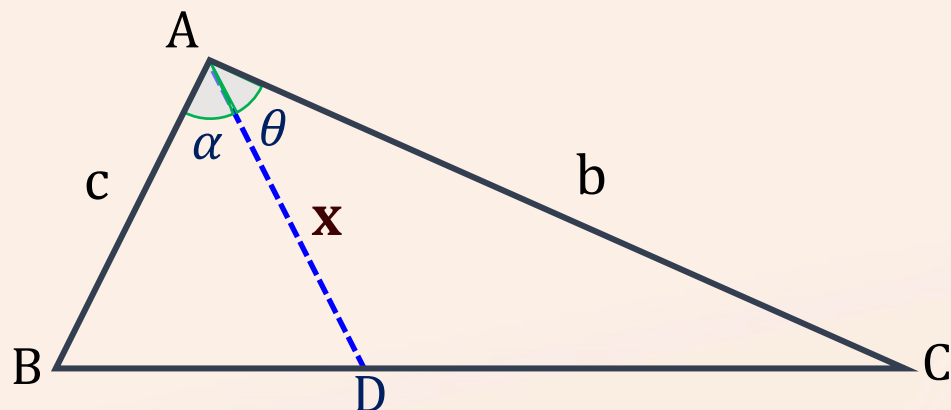
El nombre de ceviana se utilizó en honor de Giovanni Ceva (matemático italiano, 1647-1734), quien en 1678 formuló el teorema que lleva su nombre. El Teorema de Ceva fue publicado en su artículo *“Construcción estática de líneas rectas que se cruzan”*. Este teorema da la condición necesaria y suficiente para que tres cevianas se corten en un punto.



GIOVANNI CEVA (1647-1734)

1. Longitud de la Ceviana

En un triángulo ABC,



la longitud de cualquier ceviana interior trazada desde alguno de sus vértices, es igual a

$$AD = \frac{bc \cdot \text{sen}(A)}{c \cdot \text{sen}(\alpha) + b \cdot \text{sen}(\theta)}$$

Demostración

De la figura, observamos que:

$$S_{BAD} + S_{DAC} = S_{BAC}$$

Reemplazamos:

$$\frac{c \cdot x}{2} \text{sen}(\alpha) + \frac{x \cdot b}{2} \text{sen}(\theta) = \frac{b \cdot c}{2} \text{sen}(A)$$

$$x \cdot (c \cdot \text{sen}(\alpha) + b \cdot \text{sen}(\theta)) = bc \cdot \text{sen}(A)$$

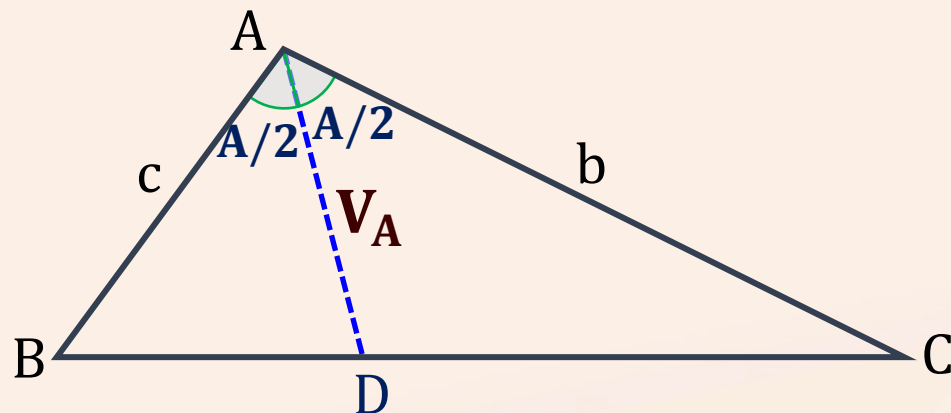
Finalmente, tenemos:

$$x = \frac{bc \cdot \text{sen}(A)}{c \cdot \text{sen}(\alpha) + b \cdot \text{sen}(\theta)}$$

Lqqd

2. Cálculo de la bisectriz interior

En un triángulo ABC,



la longitud de la bisectriz interior trazada desde el vértice A, es igual a:

$$V_A = \frac{2bc}{b+c} \cos\left(\frac{A}{2}\right)$$

Demostración:

Del cálculo de la ceviana se tiene

$$V_A = \frac{bc \cdot \text{sen}(A)}{c \cdot \text{sen}\left(\frac{A}{2}\right) + b \cdot \text{sen}\left(\frac{A}{2}\right)}$$

$$V_A = \frac{bc \cdot 2 \text{sen}\left(\frac{A}{2}\right) \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{(b+c) \text{sen}\left(\frac{A}{2}\right)}$$

$$V_A = \frac{2bc}{b+c} \cos\left(\frac{A}{2}\right) \quad \text{Lqqd}$$

Análogamente, para las bisectrices interiores trazadas desde los vértices B y C:

$$V_B = \frac{2ac}{a+c} \cos\left(\frac{B}{2}\right)$$

$$V_C = \frac{2ab}{a+b} \cos\left(\frac{C}{2}\right)$$

PROBLEMA 01

En un triángulo ABC , en el lado $\overline{AC}$ se ubican los puntos D y E , de tal forma que $m\angle ABD = m\angle DBE = m\angle EBC$, $AB = x u$, $BD = 3 u$, $BE = 4 u$ y $BC = 8 u$. Calcule el valor aproximado de x .

- A) 2,02 B) 2,35 C) 2,49 D) 2,77 E) 2,91

CLAVE: D

PROBLEMA 02 (6ta PC CEPRE 2017-1)

En un triángulo ABC ($AB = c$, $BC = a$, $AC = b$), $m\angle BAC = 60^\circ$, la bisectriz interior relativa al lado $\overline{BC}$ mide $4\sqrt{3}/3 u$ y el área de la región triangular ABC es $2\sqrt{3} u^2$. Calcule el valor de

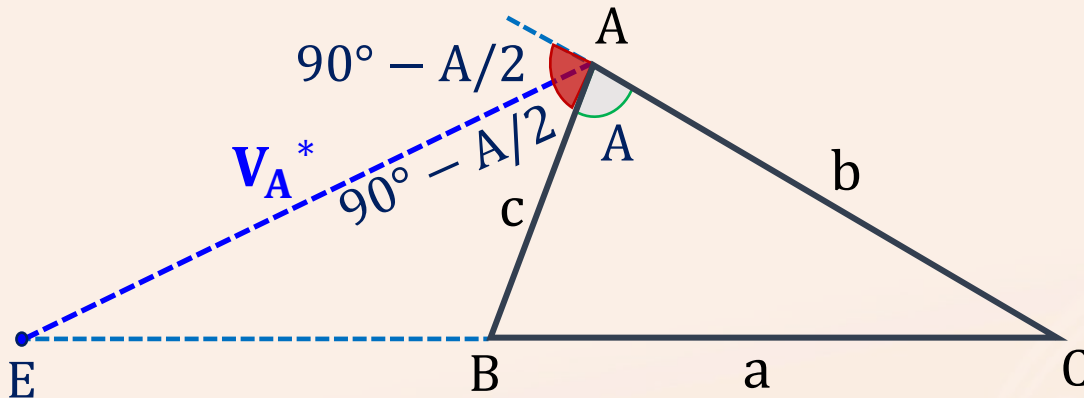
$$\left| \tan \left(\frac{B - C}{2} \right) \right|$$

- A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ E) $2\sqrt{3}$

CLAVE: B

3. Cálculo de la bisectriz exterior

En un triángulo ABC,



la longitud de la bisectriz exterior trazada desde el vértice A, es igual a:

$$V_A^* = \frac{2bc}{|b - c|} \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$

Análogamente,

Demostración:

Del cálculo de la ceviana se tiene:

$$c = \frac{V_A^* b \cdot \overbrace{\sin\left(90^\circ + \frac{A}{2}\right)}^{\cos\left(\frac{A}{2}\right)}}{\underbrace{V_A^* \cdot \sin\left(90^\circ - \frac{A}{2}\right)}_{\cos\left(\frac{A}{2}\right)} + \underbrace{b \cdot \sin(A)}_{2\sin\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{A}{2}\right)}}$$

$$\Rightarrow c = \frac{V_A^* b}{V_A^* + b \cdot 2\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Despejando, $V_A^* = \frac{2bc}{b - c} \sin\left(\frac{A}{2}\right)$ **Lqqd**

$$V_B^* = \frac{2ac}{|c - a|} \sin\left(\frac{B}{2}\right)$$

$$V_C^* = \frac{2ab}{|a - b|} \sin\left(\frac{C}{2}\right)$$

PROBLEMA 03**(6ta PC CEPRE 2016-2)**

En un triángulo ABC la bisectriz interior del ángulo A es de medida $\frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$.

Si $AB = 2 \text{ cm}$ y $AC = 6 \text{ cm}$, calcule la longitud (en cm) de la bisectriz exterior del ángulo A .

A) $2\sqrt{2}$

B) $3\sqrt{2}$

C) $4\sqrt{2}$

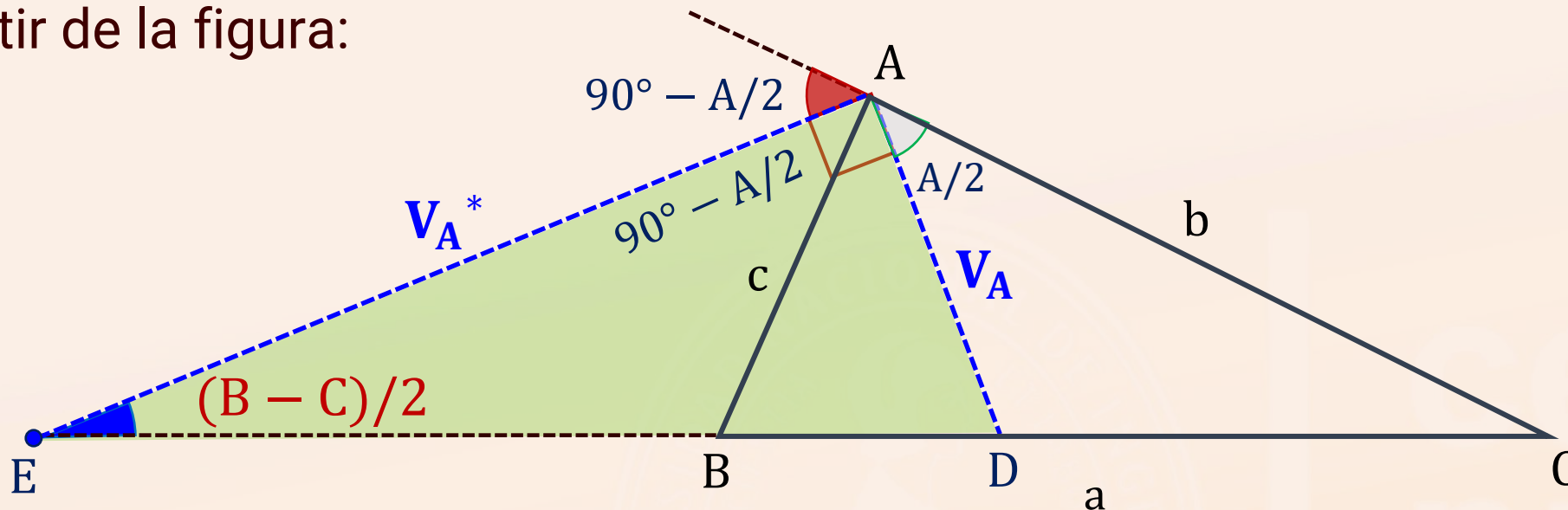
D) $5\sqrt{2}$

E) $6\sqrt{2}$

CLAVE: B

Observación

A partir de la figura:



i) $\triangle EAD$: $\frac{V_A}{V_A^*} = \tan\left(\frac{B - C}{2}\right)$

ii) Aplicando el Teorema de tangentes:

$$\frac{V_A}{V_A^*} = \left(\frac{b - c}{b + c}\right) \cot\left(\frac{A}{2}\right)$$

PROBLEMA 04

En un triángulo ABC , las longitudes de las bisectrices interior y exterior trazadas desde el vértice C miden $(x + 5) u$ y $(5x + 3) u$, respectivamente. Además la medida del ángulo BAC excede a la medida del ángulo ABC en 32° . Calcule el valor aproximado de x .

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

E) 11

CLAVE: C**PROBLEMA 05**

En un triángulo ABC , se cumple que las medidas de sus ángulos interiores están en progresión aritmética de razón 37° . Calcule aproximadamente el cociente entre el producto de las longitudes de las bisectrices exteriores de los ángulos del triángulo y el producto de las longitudes de las bisectrices interiores.

A) 12

B) 13

C) 14

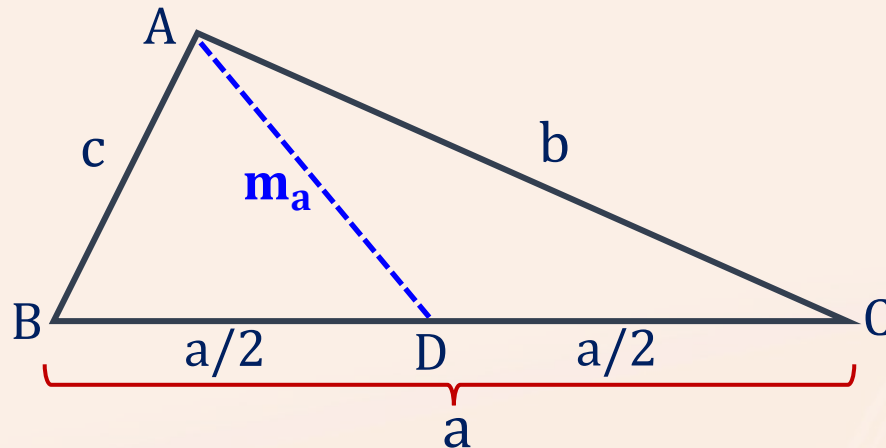
D) 16

E) 20

CLAVE: A

4. Cálculo de la mediana

En un triángulo ABC,



la longitud de la mediana trazada desde el vértice A, se puede calcular de

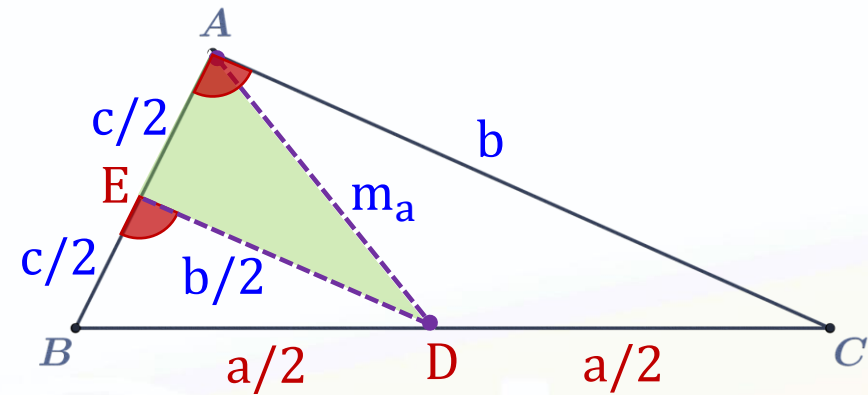
$$4m_a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos(A)$$

Análogamente, para las medianas trazadas desde los vértices B y C:

$$4m_b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cdot \cos(B)$$

$$4m_c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos(C)$$

Demostración:



Trazamos $\overline{DE} \parallel \overline{AC} \Rightarrow m\angle BED = m\angle BAC$

En el $\triangle DEA$:

$$m_a^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{c}{2} \overbrace{\cos(180^\circ - A)}^{(-\cos(A))}$$

Es decir,

$$4m_a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos(A) \quad \text{Lqqd}$$

PROBLEMA 06

En un triángulo ABC , si $BC = 5u$, $AC = 6u$ y $\cos(A + B) = 0,2$. Calcule la longitud (en u) de la mediana relativa al lado $\overline{AB}$.

A) 2

B) $\frac{5}{2}$

C) 3

D) $\frac{10}{3}$

E) $\frac{7}{2}$

CLAVE: E**PROBLEMA 07**

En un triángulo ABC , se cumple que la longitud de la mediana relativa al lado $\overline{BC}$ es el cuádruple de la longitud de dicho lado. Calcule el menor valor que puede tomar el coseno del ángulo A .

A) $\frac{47}{65}$

B) $\frac{61}{65}$

C) $\frac{63}{65}$

D) $\frac{71}{73}$

E) $\frac{73}{75}$

CLAVE: C

Observación

- Por la fórmula de la mediana y el teorema de cosenos tenemos: $4m_a^2 = b^2 + c^2 + 2(bc)\cos(A)$ (1)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2(bc)\cos(A) \quad (2)$$

(1)+(2):

$$4m_a^2 + a^2 = 2(b^2 + c^2)$$

De forma similar:

$$4m_b^2 + b^2 = 2(a^2 + c^2)$$

$$4m_c^2 + c^2 = 2(a^2 + b^2)$$

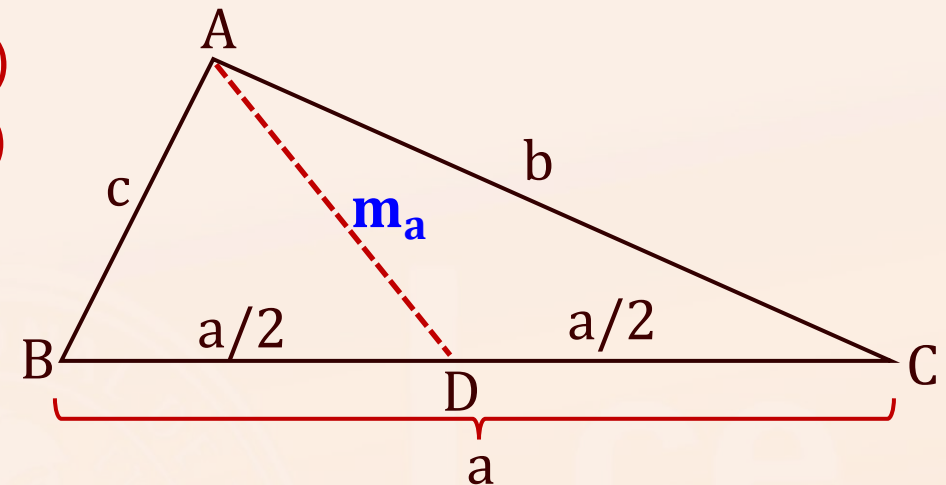
Sumamos los tres resultados:

$$4(m_a^2 + m_b^2 + m_c^2) + (a^2 + b^2 + c^2) = 4(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$4(m_a^2 + m_b^2 + m_c^2) = 3(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\frac{m_a^2 + m_b^2 + m_c^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{3}{4}$$

(Teorema de Booth)



(1)-(2):

$$4m_a^2 - a^2 = 4bc \cdot \cos(A)$$

Análogamente:

$$4m_b^2 - b^2 = 4ac \cdot \cos(B)$$

$$4m_c^2 - c^2 = 4ab \cdot \cos(C)$$

PROBLEMA 08

En un triángulo ABC cuyos lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ miden a , b y c (en u); m_c es la longitud de la mediana relativa al lado $\overline{AB}$, si se verifica que $\cos(A) = 3\cos(B)$ y $5a = 3b$. Calcule

$$\frac{4m_c^2 - c^2}{ab}$$

CLAVE: C

A) $\frac{8}{5}$

B) $\frac{8}{7}$

C) $\frac{4}{3}$

D) $\frac{11}{7}$

E) $\frac{15}{4}$

PROBLEMA 09

(6ta PC CEPRE 2019-1)

En un triángulo ABC ($AB = c$, $BC = a$, $AC = b$), si m_a es la longitud de la mediana relativa al lado $\overline{BC}$, simplifique

$$\frac{m_a^2 - bccos(A)}{b^2 + c^2 - 2bccos(A)}$$

CLAVE: A

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{3}{8}$

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{2}{3}$

E) 2

5. Cálculo de la altura

$\triangle BHA$:

$$h_a = c \cdot \text{sen}(B)$$

$$h_a = b \cdot \text{sen}(C)$$

Dado que: $c = 2R \cdot \text{sen}(C)$

$$\Rightarrow h_a = 2R \cdot \text{sen}(C) \cdot \text{sen}(B)$$

$$h_a = 2R \cdot \text{sen}(B)\text{sen}(C)$$

Análogamente:

$$h_b = 2R \cdot \text{sen}(A)\text{sen}(C)$$

$$h_c = 2R \cdot \text{sen}(A)\text{sen}(B)$$

Reemplazamos $\text{sen}(B)$ en: $h_a = c \cdot \text{sen}(B)$

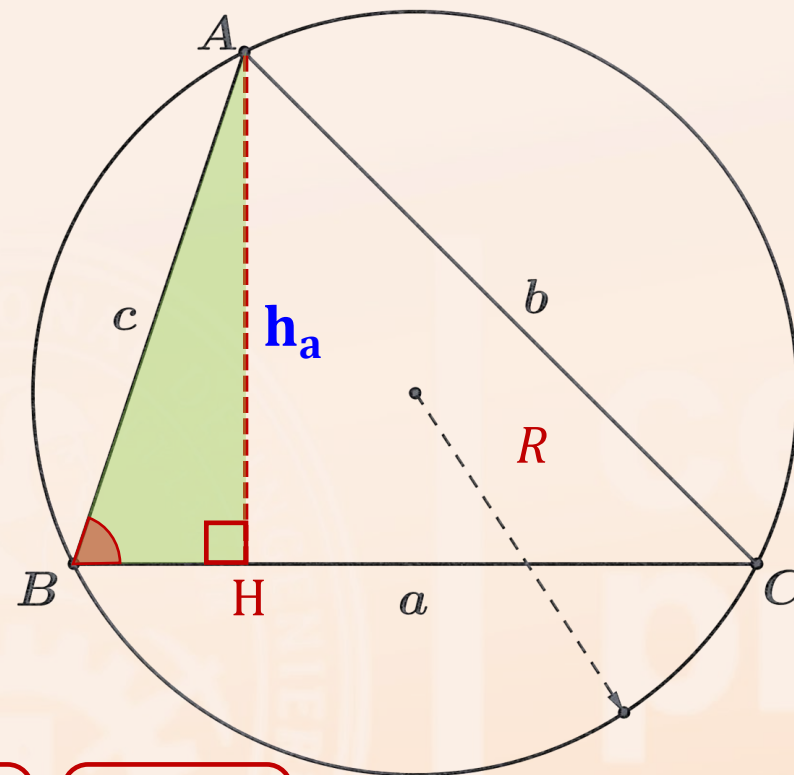
$$\Rightarrow h_a = c \cdot \frac{b}{2R} \Rightarrow$$

$$h_a = \frac{bc}{2R}$$

También:

$$h_b = \frac{ac}{2R}$$

$$h_c = \frac{ab}{2R}$$



PROBLEMA 10

En un triángulo ABC , h_a, h_b y h_c son las longitudes relativas a los lados $\overline{BC}, \overline{AC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente. Si el área de la región triangular es S y la longitud del circunradio es R , calcule el valor de n en la igualdad.

$$\frac{h_a \cdot h_b \cdot h_c}{\operatorname{sen}(2A) + \operatorname{sen}(2B) + \operatorname{sen}(2C)} = 4nRS$$

CLAVE: A

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{1}{2}$

C) 1

D) 2

E) 4

PROBLEMA 11 (6ta PC CEPRE 2018-1)

En un triángulo ABC , el ángulo A mide 60° y la mediana relativa al lado $\overline{BC}$ mide $6\sqrt{3} u$. Calcule $\sqrt{h_b^2 + h_c^2 + h_b \cdot h_c}$, si h_b y h_c son las longitudes de las alturas relativas a los lados $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente (en u).

CLAVE: E

A) 6

B) 9

C) 12

D) 15

E) 18

**PROBLEMA 12**

En un triángulo ABC cuyos lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ miden a , b y c (en u); las longitudes de las alturas relativas a los lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ son h_a , h_b y h_c respectivamente. Exprese, en términos del semiperímetro p , la siguiente expresión

$$\frac{(h_a + h_b + h_c)(a + b + c)}{2\cos\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)} + a^2 + b^2 + c^2$$

A) $\frac{p}{2}$

B) p

C) p^2

D) $2p^2$

E) $4p^2$

CLAVE: E

6. Algunas fórmulas con el inradio y exradio

En un triángulo ABC, se cumple que:

$$r = (p - a) \tan \left(\frac{A}{2} \right)$$

$$r = (p - b) \tan \left(\frac{B}{2} \right)$$

$$r = (p - c) \tan \left(\frac{C}{2} \right)$$

$$r_a = p \cdot \tan \left(\frac{A}{2} \right)$$

$$r_b = p \cdot \tan \left(\frac{B}{2} \right)$$

$$r_c = p \cdot \tan \left(\frac{C}{2} \right)$$

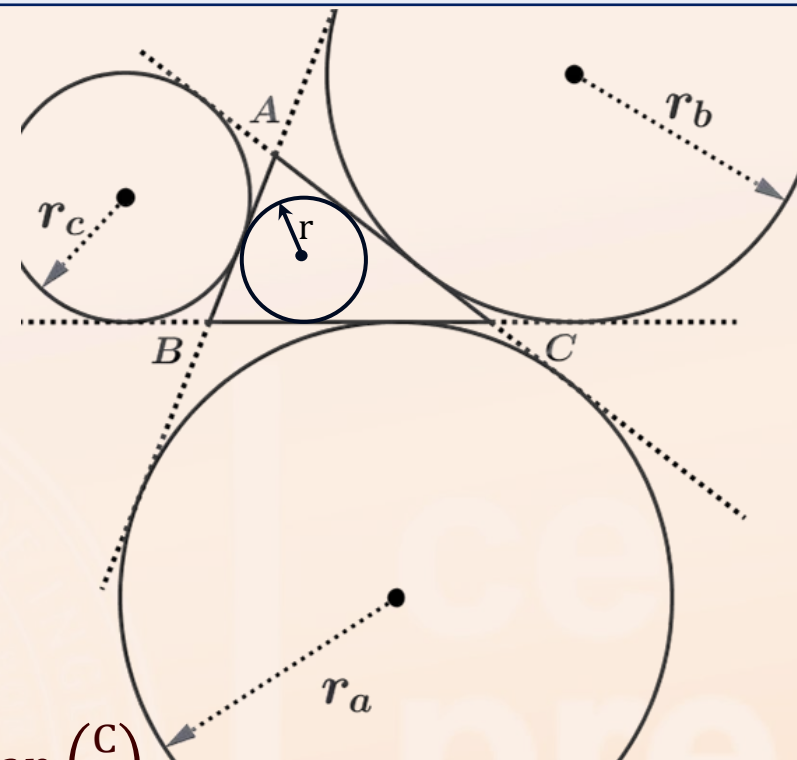
De donde se puede deducir lo siguiente:

$$\text{I. } r_a - r = a \cdot \tan \left(\frac{A}{2} \right) \quad r_b - r = b \cdot \tan \left(\frac{B}{2} \right) \quad r_c - r = c \cdot \tan \left(\frac{C}{2} \right)$$

$$\text{II. } (r_a - r)(r_b - r)(r_c - r) = 4Rr^2$$

$$\text{III. } \tan \left(\frac{A}{2} \right) + \tan \left(\frac{B}{2} \right) + \tan \left(\frac{C}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r_a} + \frac{b}{r_b} + \frac{c}{r_c} \right)$$

$$\text{IV. } a \cot \left(\frac{A}{2} \right) + b \cot \left(\frac{B}{2} \right) + c \cot \left(\frac{C}{2} \right) = 2(r_a + r_b + r_c)$$



Demostración:

I. Restemos las fórmulas: $r_a = p \cdot \tan\left(\frac{A}{2}\right)$ y $r = (p - a) \tan\left(\frac{A}{2}\right)$

$$\Rightarrow r_a - r = a \cdot \tan\left(\frac{A}{2}\right)$$

II. Multipliquemos lo obtenido en el ítem (I):

$$(r_a - r)(r_b - r)(r_c - r) = abc \cdot \tan\left(\frac{A}{2}\right) \tan\left(\frac{B}{2}\right) \tan\left(\frac{C}{2}\right) = (4R \cdot S) \cdot \frac{S}{p^2}$$

$$\Rightarrow (r_a - r)(r_b - r)(r_c - r) = 4Rr^2$$

III. Determinemos un equivalente de: $\frac{a}{r_a}$

$$\begin{aligned} \frac{a}{r_a} &= \frac{2R \sin(A)}{4R \sin\left(\frac{A}{2}\right) \cos\left(\frac{B}{2}\right) \cos\left(\frac{C}{2}\right)} = \frac{2R \cdot 2 \cancel{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \cos\left(\frac{A}{2}\right)}{4R \cancel{\sin\left(\frac{A}{2}\right)} \cos\left(\frac{B}{2}\right) \cos\left(\frac{C}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right) \cos\left(\frac{C}{2}\right)} \\ \Rightarrow \frac{a}{r_a} &= \tan\left(\frac{B}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right) \end{aligned}$$

Análogamente, $\frac{b}{r_b} = \tan\left(\frac{A}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right)$ $\frac{c}{r_c} = \tan\left(\frac{A}{2}\right) + \tan\left(\frac{B}{2}\right)$

$$\Rightarrow \frac{a}{r_a} = \tan\left(\frac{B}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right) \quad \frac{b}{r_b} = \tan\left(\frac{A}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right) \quad \frac{c}{r_c} = \tan\left(\frac{A}{2}\right) + \tan\left(\frac{B}{2}\right)$$

Sumando, $\frac{a}{r_a} + \frac{b}{r_b} + \frac{c}{r_c} = 2\left(\tan\left(\frac{A}{2}\right) + \tan\left(\frac{B}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right)\right)$

$$\tan\left(\frac{A}{2}\right) + \tan\left(\frac{B}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{r_a} + \frac{b}{r_b} + \frac{c}{r_c}\right)$$

IV. Determinemos un equivalente de: $r_a + r_b$

- $r_a + r_b = \frac{S}{p-a} + \frac{S}{p-b} = S\left(\frac{2p-a-b}{(p-a)(p-b)}\right) = S\left(\frac{c}{(p-a)(p-b)}\right)$

$$r_a + r_b = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\left(\frac{c}{(p-a)(p-b)}\right) = c\sqrt{\frac{p(p-c)}{(p-a)(p-b)}}$$

$$\Rightarrow r_a + r_b = c \cdot \cot\left(\frac{C}{2}\right)$$

Análogamente, $r_b + r_c = a \cdot \cot\left(\frac{A}{2}\right)$ $r_a + r_c = b \cdot \cot\left(\frac{B}{2}\right)$

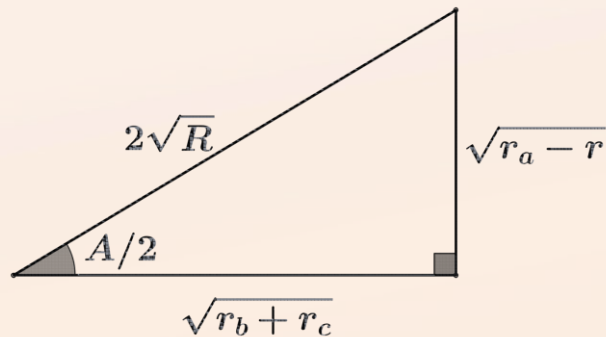
Sumando las igualdades, se obtiene:

$$a \cot\left(\frac{A}{2}\right) + b \cot\left(\frac{B}{2}\right) + c \cot\left(\frac{C}{2}\right) = 2(r_a + r_b + r_c)$$

7. R.T. de los semiángulos en términos de los exradios, inradio y circunradio

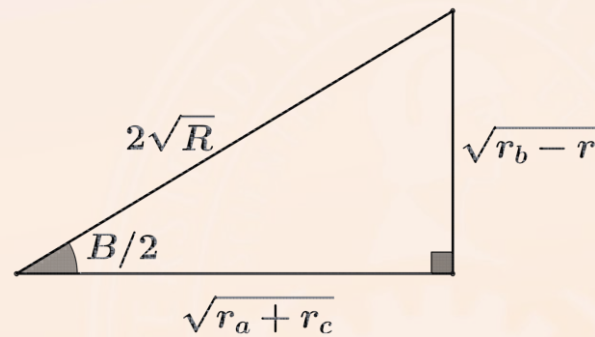
$$\bullet \quad \sin\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r_a - r}{R}}$$

$$\bullet \quad \cos\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r_b + r_c}{R}}$$



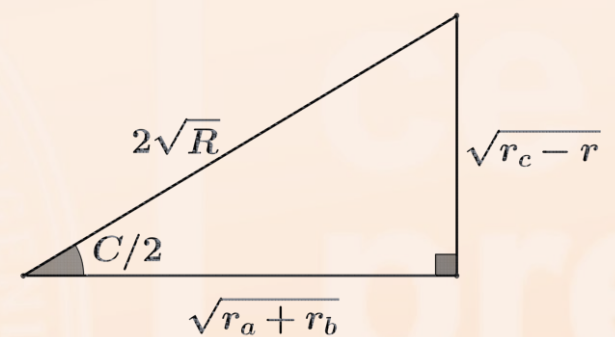
$$\bullet \quad \sin\left(\frac{B}{2}\right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r_b - r}{R}}$$

$$\bullet \quad \cos\left(\frac{B}{2}\right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r_a + r_c}{R}}$$



$$\bullet \quad \sin\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r_c - r}{R}}$$

$$\bullet \quad \cos\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{r_a + r_b}{R}}$$



$$r_a - r = 4R \sin^2\left(\frac{A}{2}\right)$$

$$r_b + r_c = 4R \cos^2\left(\frac{A}{2}\right)$$

$$r_b - r = 4R \sin^2\left(\frac{B}{2}\right)$$

$$r_a + r_c = 4R \cos^2\left(\frac{B}{2}\right)$$

$$r_c - r = 4R \sin^2\left(\frac{C}{2}\right)$$

$$r_a + r_b = 4R \cos^2\left(\frac{C}{2}\right)$$



PROBLEMA 13

En un triángulo ABC, las longitudes del inradio y exradio relativo al lado $\overline{BC}$ son $3u$ y $9u$ respectivamente. La medida del ángulo A es 60° , calcule el área de la región triangular ABC (en u^2).

- A) $21\sqrt{3}$ B) $27\sqrt{3}$ C) $30\sqrt{3}$ D) $32\sqrt{3}$ E) $36\sqrt{3}$

CLAVE: B

PROBLEMA 14

En un triángulo ABC, las longitudes de los exradios relativos a los lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ son $3u$, $4u$ y $5u$ respectivamente, calcule el valor de la expresión (en u).

$$a \cdot \cot\left(\frac{A}{2}\right) + b \cdot \cot\left(\frac{B}{2}\right) + c \cdot \cot\left(\frac{C}{2}\right)$$

- A) 20 B) 24 C) 26 D) 27 E) 30

CLAVE: B



PROBLEMA 15

En un triángulo ABC , de perímetro igual a 90 cm y $\cos(B) = -0,25$. Se traza la bisectriz $\overline{BP}$, siendo $3(AP) = 2(PC)$. Calcule BP (en cm).

- A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{6}$ E) 14

CLAVE: D

PROBLEMA 16

En un triángulo ABC , las longitudes de los exradios relativos a los lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ son $3u$, $4u$ y $5u$ respectivamente, calcule el valor de su circunradio (en u).

- A) $\frac{126}{47}$ B) $\frac{129}{47}$ C) $\frac{131}{53}$ D) $\frac{139}{47}$ E) $\frac{139}{53}$

CLAVE: A



PROBLEMA 17

En un triángulo ABC donde $BC = a, AC = b, AB = c$, todos en u ; se cumple que:

$$\left(\frac{4m_a^2 - a^2}{h_a}\right) \text{sen}(A) + \left(\frac{4m_b^2 - b^2}{h_b}\right) \text{sen}(B) + \left(\frac{4m_c^2 - c^2}{h_c}\right) \text{sen}(C) = kSR^{-1}$$

Siendo m_a, m_b y m_c las longitudes de las medianas relativas a los lados $\overline{BC}, \overline{AC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente, así como h_a, h_b y h_c son las longitudes de las alturas relativas a los mismos lados, expresados en u . Calcule k .

A) 2

B) 4

C) 8

D) 16

E) 32

CLAVE: C



PROBLEMA 18

En un triángulo ABC cuyos lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$ miden a , b y c (*en u*), de semiperímetro igual a p , mediana relativa al lado $\overline{BC}$ igual a m_a ; r_a y r_b son las longitudes de los exradios relativos a los lados $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ respectivamente. Reduzca la expresión

$$\frac{(4m_a^2 - a^2)\tan(A) + r^2 \cot\left(\frac{A}{2}\right) \cot\left(\frac{B}{2}\right) \cot\left(\frac{C}{2}\right)}{3r_a r_b \tan\left(\frac{C}{2}\right)}$$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 6

CLAVE: C

PROBLEMA 19
(6ta PC CEPRE 2016-2)

En un triángulo ABC ($AB = c, BC = a, AC = b$), su perímetro es " $2p$ " y la mediana relativa al lado $\overline{AB}$ es m_c . ¿En qué tipo de triángulo ABC se cumple que $m_c = \sqrt{p(p - c)}$?

CLAVE: D

A) rectángulo

B) acutángulo

C) obtusángulo

D) isósceles

E) escaleno

PROBLEMA 20
(6ta PC CEPRE 2017-1)

En un triángulo ABC , el circunradio y los exradios relativos a los lados a, b y c son respectivamente R, r_a, r_b y r_c . Simplifique:

$$\frac{r_a + r_b + r_c}{R} - [\cos(A) + \cos(B) + \cos(C)]$$

CLAVE: C

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 8